



ΑΣΚΗΣΕΙΣ



άλγεβρα α γυμνασίου

7ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΘΕΤΙΚΟΙ-ΑΡΝΗΤΙΚΟΙ ΡΗΤΟΙ



Τζίκα; Αριστοτέλης



μαθηματικός

Περιεχόμενα

A.7.1.-7.2 Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί (Ρητοί αριθμοί) - Η ευθεία των ρητών - Τετμημένη σημείου-Απόλυτη τιμή	2
A.7.3.-7.4 Πρόσθεση και αφαίρεση ρητών αριθμών	3
A.7.5-7.6 Πολλαπλασιασμός και διαίρεση ρητών αριθμών	5
A.7.7. Δεκαδική μορφή ρητών αριθμών	7
A.7.8.-7.9 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό και με εκθέτη ακέραιο	7
A.7.10. Τυποποιημένη μορφή μεγάλων και μικρών αριθμών	9

ΑΛΓΕΒΡΑ
Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥΑσκήσεις 7^ο κεφάλαιο

ΘΕΤΙΚΟΙ-ΑΡΝΗΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Α.7.1.-7.2 Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί (Ρητοί αριθμοί) - Η ευθεία των ρητών - Τετμημένη σημείου-Απόλυτη τιμή

1. Ποιά σύνολα αριθμών ξέρετε ; Δώστε μερικά παραδείγματα.
2. Δίνονται οι αριθμοί : $+5$, -2 , $+\frac{1}{4}$, $-\frac{2}{5}$, $\frac{1}{3}$, 0 , $-4\frac{5}{9}$
 - i. Να βρείτε ένα ζεύγος ομόσημων και ένα ζεύγος ετερόσημων αριθμών.
 - ii. Ποιοί από τους αριθμούς που δόθηκαν είναι θετικοί και ποιοί είναι αρνητικοί ;
 - iii. Ποιοί από τους αριθμούς που δόθηκαν είναι φυσικοί , ποιοί είναι ακέραιοι και ποιοί είναι ρητοί ;
 - iv. Να διατάξετε τους αριθμούς που δόθηκαν κατά αύξουσα σειρά , δηλαδή από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο.
 - v. Να αναπαραστήσετε γεωμετρικά τους αριθμούς που δόθηκαν ως σημεία ενός άξονα με τετμημένες τους αριθμούς αυτούς , αντιστοιχίζοντας στο σημείο A τον μικρότερο αριθμό , στο σημείο B τον επόμενο στη διάταξη και συνεχίζοντας με αυτόν τον τρόπο εκτός από τον αριθμό 0 τον οποίο θα αντιστοιχίσετε με το σημείο O .
 - vi. Να βρείτε την τετμημένη του μέσου των σημείων B και Z . Τι αριθμός είναι θετικός ή αρνητικός ; Είναι ακέραιος ή δεκαδικός ; Είναι ρητός ;
 - vii. Να βρείτε την απόλυτη τιμή των αριθμών που δόθηκαν.
 - viii. Να βρείτε τους αριθμούς που έχουν απόλυτη τιμή την τετμημένη του σημείου Z .
 - ix. Να βρείτε τους ακέραιους αριθμούς που βρίσκονται ανάμεσα στα σημεία A και Δ .
 - x. Να βρείτε την τετμημένη του συμμετρικού σημείου του B ως προς το σημείο O , δηλαδή με κέντρο συμμετρίας το O .
 - xi. Να βρείτε την τετμημένη του συμμετρικού σημείου του B ως προς το σημείο Z , δηλαδή με κέντρο συμμετρίας το Z .

3. Να συμπληρώσετε τα κενά με τα σύμβολα ($<$, $>$, $=$) ανάλογα με την κάθε περίπτωση.

i. $+7 \dots\dots | - \frac{7}{1} |$

ii. $-7 \dots\dots | - \frac{7}{1} |$

iii. $-\frac{1}{7} \dots\dots - \frac{2}{7}$

iv. $-\frac{1}{7} \dots\dots |0|$

v. $|+7| \dots\dots |-7|$

vi. $| - 7\frac{2}{5} | \dots\dots |-7|$

4. Να βρείτε τους αντίθετους των αριθμών :

$$+9 \rightarrow \dots, 9 \rightarrow \dots, -9 \rightarrow \dots, |+9| \rightarrow \dots, |-9| \rightarrow \dots$$

$$0 \rightarrow \dots, 0,99 \rightarrow \dots$$

A.7.3.-7.4 Πρόσθεση και αφαίρεση ρητών αριθμών

1. Να γράψετε τις ιδιότητες της πρόσθεσης :

i.

ii.

iii.

iv.

2. i Να γράψετε με αριθμητική παράσταση την αφαίρεση του αριθμού 8 από τον αριθμό 10 και να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.

ii. Να γράψετε με αριθμητική παράσταση την αφαίρεση του αριθμού 5 από τον αριθμό 0,5 αλλά με την βοήθεια της πρόσθεσης και να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.

iii Να γράψετε με αριθμητική παράσταση την αφαίρεση του αριθμού α από τον αριθμό β αλλά με την βοήθεια της πρόσθεσης.

3. Να υπολογίσετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις :

i. $3 + (+5) =$

$$ii. 3 + (-5) =$$

$$iii. 3 - (+5) =$$

$$iv. 3 - (-5) =$$

$$v. |-2| + (-4) - (-8) - [-(3 - 4)] =$$

$$vi. \frac{2}{3} + \frac{5}{4} - \left| -\frac{15}{12} \right| + (-5) =$$

4. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις :

$$i. 15 - (-x) = 7$$

$$ii. 15 - (+x) = 7$$

$$iii. 15 + (-x) = -7$$

$$iv. \frac{75}{5} + (+x) = |-15|$$

5. Έστω ότι έχεις 20€ και είναι Κυριακή και :

◆ την Δευτέρα αγοράζεις μία σοκολάτα με 1,80€

◆ την Τρίτη σου δίνει ο παππούς σου 10€ και ξοδεύεις 7,40€ για ένα παιχνίδι που αγόρασες στη βόλτα που έκανες με ένα φίλο σου ,ο οποίος σου επιστρέφει 5€ που του είχες δανίσει την Δευτέρα το πρωί στο σχολείο.

Πόσα χρήματα έχεις την Τετάρτη πριν πας στο σχολείο ; Σου φθάνουν τα χρήματα για να αγοράσεις ένα t-shirt που βρήκες σε ευκαιρία και κοστίζει μόνο 20,79€; Στην περίπτωση που σου φθάνουν τα χρήματα ,πόσα ρέστα θα πάρεις αν πραγματοποιήσεις την αγορά ;

6. Έστω ότι έχεις 20€ και είναι Κυριακή και από την Δευτέρα και κάθε μέρα κερδίζεις 1€ και χάνεις 2€. Ποια μέρα θα έχεις μείνει με 10€;

7. Σε μία ορεινή περιοχή τον χειμώνα η ελάχιστη θερμοκρασία φθάνει τους $-15C^{\circ}$. Τα μηχανήματα σε ένα εργοστάσιο δουλεύουν μόνο αν η εσωτερική θερμοκρασία είναι από $2C^{\circ}$ και άνω.

Είναι Ιανουάριος και το πρωί η εσωτερική θερμοκρασία στο εργοστάσιο είναι $5C^{\circ}$ μεγαλύτερη της εξωτερικής θερμοκρασίας η οποία έχει πιάσει την ελάχιστη τιμή του χειμώνα. Πόσο πρέπει να αυξηθεί ακόμα η εσωτερική θερμοκρασία ώστε να δουλέψουν τα μηχανήματα ;

A.7.5-7.6 Πολλαπλασιασμός και διαίρεση ρητών αριθμών

1. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις και να γράψετε και ένα παράδειγμα για κάθε περίπτωση.

i. Το **γινόμενο** δύο **ομόσημων** αριθμών είναι
 ,άρα για να πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους αριθμούς

ii. Το **γινόμενο** δύο **ετερόσημων** αριθμών είναι
 ,άρα για να πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς

2. Να γράψετε τις **ιδιότητες** του **πολλαπλασιασμού** :

i.

ii.

iii.

iv.

v.

vi.

3. Συμπληρώστε τα παρακάτω κενά.

i. Για να υπολογίσουμε ένα **γινόμενο πολλών παραγόντων** (που κανένας δεν είναι μηδέν)

ii. Ένα **γινόμενο πολλών παραγόντων** ,με έναν τουλάχιστον παράγοντα ίσο με **μηδέν** ,ισούται με

4. Να κάνετε τις πράξεις χρησιμοποιώντας την **επιμεριστική ιδιότητα** :

i. $5(x - z) - 6(-x + y) + 3(z - y) =$

ii. $(\alpha + \beta) \cdot (x - y) + (-\alpha - \beta) \cdot (-x + y) =$

5. Να κάνετε τις πράξεις και να υπολογίσετε το αποτέλεσμα των παρακάτω παραστάσεων.

$$i. A = 12 \cdot [-(-1 + 3)] + \{ -2 \cdot [6 - 3 \cdot (-7 - 3)] \} =$$

$$ii. B = 6 \cdot [-\frac{1}{3} - (-\frac{1}{12})] + | - [-(-\frac{7}{2})] | =$$

$$iii. \Gamma = 1452 \cdot 2025 \left(-\frac{3000}{100} + 8760 \right) \cdot 0 =$$

$$iv. \Delta = -(A - 2B) + \Gamma \cdot B$$

v. Να συγκρίνετε τους $|A|$ και Δ .

6. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις και να γράψετε και ένα παράδειγμα για κάθε περίπτωση.

i. Το **πηλίκο** δύο **ομόσημων** αριθμών είναι
 ,άρα για να διαιρέσουμε δύο ομόσημους αριθμούς.....

ii. Το **πηλίκο** δύο **ετερόσημων** αριθμών είναι
 ,άρα για να διαιρέσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς.....

7. Να γράψετε την διαίρεση $\frac{4}{5}$ με την βοήθεια του πολλαπλασιασμού.

8. Να γράψετε την διαίρεση $\frac{\alpha}{\beta}$ με την βοήθεια του πολλαπλασιασμού ,όπου $\beta \neq 0$.

9. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις :

$$i. 2 \cdot x = -10$$

$$ii. 2 \cdot x - 5 = -10$$

$$iii. 8 - 2 \cdot x = -10$$

$$iv. 4 \left[-\frac{99}{3} + 30 \right] + x = -12$$

$$v. \frac{2}{-x} = -10$$

$$vi. \left(\left| -\frac{81}{27} \right| - 3 \right) x = 2025 \cdot 2026 \cdot 0$$

10. Να υπολογίσετε τα αποτελέσματα των παρακάτω αριθμητικών παραστάσεων κάνοντας τις πράξεις.

$$\alpha) \quad i. \quad A = \frac{(-30) \cdot 15 \cdot |-8|}{(-10) \cdot 24} - \frac{45 \cdot (-18)}{-|-90| \cdot (-3 - 6)} =$$

ii. Να γράψετε όλους τους ακέραιους διαιρέτες του A

$$\beta) \quad B = \frac{(-1000)\alpha \cdot |-21|}{700\alpha} \cdot \left(-\frac{1}{300}\right) - 1 =$$

γ) Να υπολογίσετε εφόσον έχουν νόημα τις διαιρέσεις $\frac{A}{B}$ και $\frac{B}{A}$.

A.7.7. Δεκαδική μορφή ρητών αριθμών

1. Να γράψετε τους παρακάτω ρητούς στη δεκαδική μορφή τους.

i. $\frac{-8}{25}$

ii. $\frac{30}{8}$

iii. $\frac{-1}{100}$

2. i. Να κάνετε την διαίρεση $\frac{7}{3}$.

ii. Τι παρατηρείτε για το δεκαδικό μέρος του ρητού $\frac{7}{3}$;

iii. Πως ονομάζουμε αυτούς τους δεκαδικούς αριθμούς ;

3. Να γράψετε τους παρακάτω περιοδικούς δεκαδικούς στη μορφή ρητού.

i. $5, \bar{2}$

ii. $16, \bar{47}$

A.7.8.-7.9 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό και με εκθέτη ακέραιο

1. Να γράψετε τον ορισμό της n -οστής δύναμης του αριθμού α , όπου φυσικός αριθμός μεγαλύτερος του 1.

2. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω σχέσεις.

i. $\alpha^1 = \dots$

ii. $\alpha^2 = \dots$ και διαβάζεται επίσης και ως \dots

iii. $\alpha^3 = \dots\dots$ και διαβάζεται επίσης και ως $\dots\dots\dots$

3. Να βρείτε το πρόσημο των παρακάτω δυνάμεων.

i. $4^3 \rightarrow \dots\dots\dots$

ii. $(-4)^3 \rightarrow \dots\dots\dots$

iii. $(-4)^8 \rightarrow \dots\dots\dots$

iv. $-[(-4)^6 \cdot (-3)^3] \rightarrow \dots\dots\dots$

4. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα με τις ιδιότητες των δυνάμεων:

1.	$\alpha^\kappa \cdot \alpha^\lambda = \dots\dots$
2.	$\frac{\alpha^\kappa}{\alpha^\lambda} = \dots\dots$
3.	$\alpha^\kappa \cdot \beta^\kappa = \dots\dots$
4.	$\frac{\alpha^\kappa}{\beta^\kappa} = \dots\dots$
5.	$(\alpha^\kappa)^\lambda = \dots\dots$

5. Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες δυνάμεων και εφαρμόζοντας την προτεραιότητα των πράξεων.

i. $A = \frac{(-2)^5 \cdot 81}{-16 \cdot 3^3} - \frac{5^8 \cdot |-10|^3}{(5^2)^4 \cdot 10^5} =$

ii. $B = 3 \cdot \left[25 - \frac{(7^3)^4 \cdot \frac{10}{7^{11}}}{5} \right] - 3 \cdot 11^1 =$

6. Να αποδείξετε ότι : η δύναμη κάθε αριθμού ,διάφορου του μηδενός με εκθέτη το μηδέν είναι ίση με τη μονάδα.

7. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω σχέσεις.

i. $\alpha^{-\nu} = \dots\dots$,όπου ν ακέραιος.

ii. $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu} = \dots\dots$,όπου ν ακέραιος και $\alpha, \beta \neq 0$.

8. Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης

$$A = 10^{-4} \cdot (10^3)^2 \cdot 10^0 \cdot \frac{0,1^{-3}}{1000} =$$

A.7.10. Τυποποιημένη μορφή μεγάλων και μικρών αριθμών

1. Πότε χρησιμοποιούμε την τυποποιημένη μορφή των αριθμών ;
2. Ποιος είναι ο τύπος της τυποποιημένης μορφής ;
3. Να γράψετε τους παρακάτω αριθμούς σε τυποποιημένη μορφή.

i. $0,000000000000012 = \dots\dots\dots$

ii. $1.200.000.000.000 = \dots\dots\dots$

iii. $1.237.688.423 = \dots\dots\dots$

