

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

1^ο κεφάλαιο

ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1^ο

ΕΩΣ ΚΑΙ ΤΗ ΣΥΝΘΕΣΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

ΘΕΜΑ Α'

[A₁] Τι ονομάζουμε πραγματική συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A ένα υποσύνολο του \mathbb{R} ; MON : 6

[A₂] Να σχεδιάσετε ένα γράφημα που δεν θα μπορούσε να αποτελεί γραφική παράσταση συνάρτησης αιτιολογώντας την απάντησή σας. MON : 4

[A₃] Να σχεδιάσετε πρόχειρα τη συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \alpha x^3$ και $\alpha < 0$.
MON : 4

[A₄] Ισχύει γενικά η σχέση $f \circ g = g \circ f$; Αν ναι, τότε αποδείξτε την. Αν δεν ισχύει γενικά, τότε δώστε ένα αντιπαράδειγμα. MON : 4

[A₅] Έστω συνάρτηση f με $f(x) = e^{\ln x}$ και συνάρτηση g με $g(x) = \ln(e^x)$. Να εξετάσετε αν ισχύει $f = g$. Αν όχι, υπάρχει κάποιο υποσύνολο του \mathbb{R} στο οποίο να έχουμε $f(x) = g(x)$; MON : 7

ΘΕΜΑ Β'

[B₁] Έστω συνάρτηση f που ικανοποιεί τη σχέση $x^2 + f^2(x) = 100$, $x \in A_f$ (1).

i. Να βρείτε το A_f MON : 4

ii. Να βρείτε το πλήθος των πιθανών τύπων της συνάρτησης f , αιτιολογώντας την απάντησή σας. MON : 4

[B₂] Έστω η συνάρτηση f που προκύπτει από τη σχέση (1) ώστε $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in A_f$.

i. Να βρείτε τον τύπο της f . MON : 4

ii. Να σχεδιάσετε τη συνάρτηση f του παραπάνω ερωτήματος. MON : 4

[B₃] Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης f του ερωτήματος [B₂]i. καθώς και το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης $f(x) = \alpha$ για κάθε τιμή του α , όπου $\alpha \in \mathbb{R}$.

MON :9

ΘΕΜΑ Γ'

Αν έχουμε σύρμα μήκους $20m$ και το κόψουμε σε δύο κομμάτια έτσι ώστε με το ένα κομμάτι να φτιάξουμε ένα τετράγωνο και με το άλλο ένα ισόπλευρο τρίγωνο.

[Γ₁] Να βρείτε μία συνάρτηση που να δίνει το μήκος της πλευράς του τετραγώνου.

MON :5

[Γ₂] Να βρείτε μία συνάρτηση που να δίνει το μήκος της πλευράς του τριγώνου.

MON :5

[Γ₃] Να βρείτε μία συνάρτηση που να δίνει το μήκος της περιμέτρου ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου όπου η μία πλευρά του είναι ίση με αυτή του τετραγώνου και η άλλη ίση με αυτή του τριγώνου. MON :7

[Γ₄] Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης καθώς και το πεδίο ορισμού της που δίνει το άθροισμα των εμβαδών του τετραγώνου και του τριγώνου. MON :8

ΘΕΜΑ Δ'

[Δ₁] Έστω οι συναρτήσεις f και g με $f(x) = \ln \sqrt{x^2 - 1}$ και $g(x) = 1$. Να βρείτε τα πεδία ορισμού τους και να ελέγξετε αν είναι άρτιες ή περιπτές ή τίποτα από τα δύο.

MON :7

[Δ₂] Να βρείτε :

i. Τη συνάρτηση $\frac{g}{f}$, εφόσον ορίζεται. MON :8

ii. Να βρείτε τις συναρτήσεις $f \circ g$ και $g \circ f$, εφόσον ορίζονται και να λύσετε την εξίσωση $g \circ f(x) = 1$ MON :10

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ

ΘΕΜΑ Α'	ΘΕΜΑ Β'	ΘΕΜΑ Γ'	ΘΕΜΑ Δ'	ΣΥΝΟΛΟ
$\overline{25}$	$\overline{25}$	$\overline{25}$	$\overline{25}$	$\overline{100}$

ΓΕΝΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΤΗΣΕΙΣ :

