

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

1^ο κεφάλαιο

ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2^ο

ΕΩΣ ΚΑΙ ΤΗ ΣΥΝΘΕΣΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

ΘΕΜΑ Α'

[A₁] Τι ονομάζουμε σύνολο τιμών μιας πραγματικής συνάρτησης f με πεδίο ορισμού A ένα υποσύνολο του \mathbb{R} ; MON : 5

[A₂] Αν δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f πως μπορούμε να βρούμε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της ; MON : 4

[A₃] Να σχεδιάσετε τη συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \begin{cases} \eta\mu x & , -2\pi \leq x \leq 0 \\ e^x & , 0 < x < 1 \end{cases}$.

MON : 6

[A₄] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν ανάλογα ,με τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος**

α. Αν για δύο συναρτήσεις f, g ορίζονται οι $f \circ g$ και $g \circ f$,τότε είναι υποχρεωτικά $f \circ g \neq g \circ f$. (ΕΠ.ΠΑΝ/ΚΕΣ 2005) MON : 2

β. Αν για δύο συναρτήσεις f, g ορίζονται οι $f \circ g$ και $g \circ f$,τότε πάντοτε ισχύει $f \circ g = g \circ f$. (ΕΠ.ΠΑΝ/ΚΕΣ 2010) MON : 2

γ. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $-f$ είναι συμμετρική ,ως προς τον άξονα $x'x$,της γραφικής παράστασης της f . (ΕΠ.ΠΑΝ/ΚΕΣ 2012) MON : 2

δ. Αν το 0 ανήκει στο σύνολο τιμών μιας συνάρτησης f ,τότε η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει τουλάχιστον μία λύση. MON : 2

ε. Αν η συνάρτηση f είναι άρτια τότε η γραφική της παράσταση έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων O . MON : 2

ΘΕΜΑ Β'

[B₁] Έστω συνάρτηση f που ικανοποιεί τη σχέση

$$f(x - 3) - 2f(1 - x) = 15x - 27 \quad , x \in \mathbb{R} \quad (1)$$

i. Να βρείτε τη συνάρτηση f MON :4

ii. Να βρείτε τα σημεία τομής της C_f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$. MON :4

[B₂] Έστω η συνάρτηση g με $g(x) = x^3 - 4x + 2$.

i. Να βρείτε τη σχετική θέση των C_f και C_g . MON :4

ii. Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης h με
 $h(x) = g(x) + f(x) - x \quad , x \in \mathbb{R}$. MON :4

[B₃] Να βρείτε το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης $h(x) - x^3 + |x| = \alpha$ για κάθε τιμή του α , όπου $\alpha \in \mathbb{R}$. MON :9

ΘΕΜΑ Γ'

Μία αράχνη στο ταβάνι του δωματίου σας ακολουθεί την εξής διαδρομή :

Αρχικά κινείται **βόρεια-ανατολικά** με γωνία 45^0 , σε σχέση με έναν νοητό οριζόντιο άξονα, διανύοντας $3\sqrt{2}cm$.

Αμέσως μετά κινείται **παράλληλα** προς τον νοητό οριζόντιο άξονα και **ανατολικά** διανύοντας άλλα $4cm$.

Τελικά ολοκληρώνει την μικρή της περιήγηση διαλέγοντας μία **νότιο-ανατολική** πορεία 315^0 ως προς τον αρχικό νοητό άξονα μήκους και πάλι $3\sqrt{2}cm$.

[Γ₁] Να ορίσετε μία συνάρτηση f που η γραφική της παράσταση να περιγράφει την διαδρομή της αράχνης, θεωρώντας τον άξονα $x'x$ ως τον παραπάνω αναφερόμενο νοητό άξονα και την αρχική της θέση να ταυτίζεται με την αρχή των αξόνων O και να γράψετε τον τύπο της. MON :7

[Γ₂] Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης f . MON :8

[Γ₃] Να βρείτε το εμβαδόν του σχήματος που ορίζεται από την C_f και τον άξονα $x'x$. MON :5

[Γ₄] Λίγα δευτερόλεπτα πριν η αράχνη ξεκινήσει τη διαδρομή της στο ταβάνι, παρατηρείτε μία μύγα στη θέση $(10, 0)$ του νοητού οριζόντιου άξονα. Η πληροφορία αυτή έχει κάποια σχέση με την μετέπειτα κίνηση της αράχνης ; Αιτιολογείστε την απάντησή σας. MON :5



ΘΕΜΑ Δ'

Έστω οι συναρτήσεις f και g για τις οποίες για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει η σχέση :

$$(f(x) - g(x)) \cdot (f^2(x) + f(x)g(x) + g^2(x)) = 0 \quad (1)$$

[Δ_1] Να αποδείξετε ότι $f = g$. [MON :6](#)

[Δ_2] Αν έχουμε $f(x) = \sqrt{|x|}$ να βρείτε την $f \circ g$. [MON :7](#)

[Δ_3] Να ορίσετε τη συνάρτηση h με $h(x) = \frac{g}{f^2 - 1}$ και να γράψετε τον τύπο της.

[MON :5](#)

[Δ_4] Να ελέγξετε αν η συνάρτηση h είναι άρτια ή περιττή ή τίποτα από τα δύο και να λύσετε την εξίσωση $h(x) = 1$. [MON :7](#)

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ

ΘΕΜΑ Α'	ΘΕΜΑ Β'	ΘΕΜΑ Γ'	ΘΕΜΑ Δ'	ΣΥΝΟΛΟ
$\overline{25}$	$\overline{25}$	$\overline{25}$	$\overline{25}$	$\overline{100}$

ΓΕΝΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΤΗΣΕΙΣ :

