

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

1<sup>ο</sup> κεφάλαιο

## ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 5<sup>ο</sup>

ΕΩΣ ΚΑΙ ΤΙΣ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α'

[A<sub>1</sub>] Να αποδείξετε ότι η σύνθεση δύο "1 - 1" συναρτήσεων ορισμένων στο  $\mathbb{R}$  είναι επίσης "1 - 1".

MON : 5

[A<sub>2</sub>] Να αποδείξετε ότι εφόσον ορίζονται οι  $h \circ (g \circ f)$  και  $(h \circ g) \circ f$ , τότε είναι ίσες.

MON : 5

[A<sub>3</sub>] Να αποδείξετε ότι οι  $C_f$  και  $C_f^{-1}$  είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία με εξίσωση  $y = x$ .

MON : 5

[A<sub>4</sub>] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν ανάλογα ,με τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος**

α. Αν  $f \downarrow \Delta_1$  και  $g \downarrow \Delta_2$ , τότε η  $f - g$ , εφόσον ορίζεται θα είναι φθίνουσα

MON : 2

β. Αν  $f$  περιττή και  $f(x_1) = f_{max}$ , τότε  $f(-x_1) = f_{min}$ .

MON : 2

γ. Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης "1 - 1" τέμνει τον άξονα  $x'x$  ακριβώς μία φορά.

MON : 2

δ. Υπάρχει γνησίως μονότονη συνάρτηση που δεν είναι αντιστρέψιμη.

MON : 2

ε. Αν  $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$  για κάποια  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ , τότε η συνάρτηση  $f$  είναι "1 - 1".

MON : 2

ΘΕΜΑ Β'

Έστω συνάρτηση  $f$  με  $f(x) = x^3 + \sqrt{-\frac{1}{x}}$

[B<sub>1</sub>] Να βρείτε το  $A_f$  και τη μονοτονία της  $f$ .

MON :6

[B<sub>2</sub>] Να βρείτε το πρόσημο της συνάρτησης  $f$ .

MON :9

[B<sub>3</sub>] Να λύσετε την εξίσωση :

$$(\alpha - 1)^3 - (\alpha^2 + 3\alpha)^3 = -\sqrt{-\frac{1}{\alpha - 1}} + \sqrt{-\frac{1}{\alpha^2 + 3\alpha}}$$

MON :10

ΘΕΜΑ Γ'

Έστω η συνάρτηση  $f$  με  $f(x) = \sqrt{x^3}$ .

[Γ<sub>1</sub>] Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $f$  είναι "1 - 1" και να βρείτε την  $f^{-1}$ .

MON :8

[Γ<sub>2</sub>] Να λύσετε την εξίσωση :  $\frac{f(x) \cdot f^{-1}(x)}{\sqrt[6]{x}} = 25$

MON :9

[Γ<sub>3</sub>] Να βρείτε τα κοινά σημεία τομής των  $C_f$  και της ευθείας με εξίσωση  $y = x$ .

MON :8

ΘΕΜΑ Δ'

Έστω η συναρτήση  $f$  με  $f(x) = \begin{cases} x + 1 & , x \leq 0 \\ \ln x & , x > e \end{cases}$

[Δ<sub>1</sub>] Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $f$  είναι αντιστρέψιμη.

MON :5

[Δ<sub>2</sub>] Να βρείτε την  $f^{-1}$ .

MON :5

[Δ<sub>3</sub>] Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις  $C_f$  και  $C_{f^{-1}}$ .

MON :5

[Δ<sub>4</sub>] Να βρείτε τη συνάρτηση  $h$  με  $h(x) = f(x) + f^{-1}(x)$ .

MON :5

[Δ<sub>5</sub>] Να λύσετε την εξίσωση  $h(x) = h^{-1}(x)$ .

MON :5

## ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ

ΘΕΜΑ Α'	ΘΕΜΑ Β'	ΘΕΜΑ Γ'	ΘΕΜΑ Δ'	ΣΥΝΟΛΟ
$\overline{25}$	$\overline{25}$	$\overline{25}$	$\overline{25}$	$\overline{100}$

ΓΕΝΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΤΗΣΕΙΣ :

