



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

1^ο κεφάλαιο

ΟΡΙΑ ΣΥΝΕΧΕΙΑ

ΤΕΣΤ ΘΕΩΡΙΑΣ 2^ο**ΌΡΙΑ**

1. Να διατυπώσετε το κριτήριο παρεμβολής.
2. Πότε μία συνάρτηση f λέγεται ακολουθία ;
3. Πότε λέμε ότι η ακολουθία (a_n) έχει όριο το $l \in \mathbb{R}$;
4. Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων: $f, g : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$
,άν ισχύει : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ και $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\infty$
,τότε $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) + g(x)) = 0$

Είναι αληθής ή ψευδής η παραπάνω πρόταση ;
(ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ)

5. Έστω $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$
,όπου $n \in \mathbb{N}^*$ ένα πολυώνυμο.

Να αποδείξετε ότι : $\lim_{x \rightarrow x_0} P(x) = P(x_0)$

ΑΠΟΔΕΙΞΗ

6. Να αποδείξετε ότι:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P(x_0)}{Q(x_0)} \text{ όπου } P(x), Q(x) \text{ πολυώνυμα, } x_0 \in \mathbb{R}$$

και $Q(x_0) \neq 0$.

ΑΠΟΔΕΙΞΗ

7. Έστω δύο συναρτήσεις f, g με $f(x) \leq g(x)$ για κάθε x κοντά στο x_0 , όπου $x_0 \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$.

i. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \dots\dots\dots$

ii. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \dots\dots\dots$

8. Να αποδείξετε ότι :

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = 0$$

ΑΠΟΔΕΙΞΗ

9. Να αποδείξετε ότι :

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f^2(x) = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = 0$$

ΑΠΟΔΕΙΞΗ

10. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > 0$ τότε $f(x) \dots \dots \dots$ κοντά στο x_0 .
11. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < 0$ τότε $f(x) \dots \dots \dots$ κοντά στο x_0 .
12. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - l) = \dots \dots \dots$
13. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \Leftrightarrow \lim_{h \rightarrow 0} f(x_0 + h) = \dots \dots \dots$
14. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \Leftrightarrow \lim_{h \rightarrow 1} f(\dots \dots) = l$
15. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = m$ και $f(x) < g(x)$ κοντά στο x_0 , τότε $l \dots \dots m$.
16. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ $|\eta\mu x| \leq |x|$ με το $\dots \dots$ να ισχύει μόνο για $x = \dots \dots$
17. $\lim_{x \rightarrow x_0} \eta\mu x = \dots \dots \dots$
18. $\lim_{x \rightarrow x_0} \sigma\upsilon\nu x = \dots \dots \dots$
19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x}{x} = \dots \dots \dots$
20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sigma\upsilon\nu x - 1}{x} = \dots \dots \dots$
21. Πώς υπολογίζουμε το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(g(x))$;
22. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$, τότε $f(x) \dots \dots \dots$ κοντά στο x_0 .

23. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, τότε $f(x) \dots \dots$ κοντά στο x_0 .

24. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ ή $-\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = \dots \dots$

25. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 τότε
 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = \dots \dots$

26. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $f(x) < 0$ κοντά στο x_0 τότε
 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = \dots \dots$

27. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^{2\nu}} = \dots \dots$, $\nu \in \mathbb{N}^*$

28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^{2\nu+1}} = \dots \dots$, $\nu \in \mathbb{N}$

29. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^\nu = \dots \dots$, $\nu \in \mathbb{N}^*$

30. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^\nu = \dots \dots$, $\nu \in \mathbb{N}^*$

31. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^\nu} = \dots \dots$, $\nu \in \mathbb{N}^*$

32. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^\nu} = \dots \dots$, $\nu \in \mathbb{N}^*$

33. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \alpha_\nu x^\nu + \alpha_{\nu-1} x^{\nu-1} + \dots + \alpha_0 = \dots \dots \dots$
 με $\alpha_\nu \neq 0$.

34. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \alpha_\nu x^\nu + \alpha_{\nu-1} x^{\nu-1} + \dots + \alpha_0 = \dots \dots \dots$
 με $\alpha_\nu \neq 0$.

$$35. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\alpha_\nu x^\nu + \alpha_{\nu-1} x^{\nu-1} + \dots + \alpha_0}{\beta_k x^k + \beta_{k-1} x^{k-1} + \dots + \beta_0} = \dots\dots\dots$$

με $\alpha_\nu \neq 0$ και $\beta_k \neq 0$.

$$36. \lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = \dots\dots\dots, 0 < a < 1.$$

$$37. \lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = \dots\dots\dots, 0 < a < 1.$$

$$38. \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = \dots\dots\dots, 0 < a < 1.$$

$$39. \lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = \dots\dots\dots, 0 < a < 1.$$

$$40. \lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = \dots\dots\dots, a > 1.$$

$$41. \lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = \dots\dots\dots, a > 1.$$

$$42. \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = \dots\dots\dots, a > 1.$$

$$43. \lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = \dots\dots\dots, a > 1.$$

ΣΥΝΕΧΕΙΑ

1. Πότε λέμε ότι η συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του A_f ;
2. Πότε λέμε ότι η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα (α, β) ;
3. Πότε λέμε ότι η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα $[\alpha, \beta]$;
4. Να διατυπώσετε το Θ . *Bolzano* και να το ερμηνεύσετε γεωμετρικά.
5. Να διατυπώσετε και να αποδείξετε το Θ .**E.T.** , καθώς επίσης να το ερμηνεύσετε γεωμετρικά.
6. Να διατυπώσετε το Θ .**M.E.T.**
7. Πότε λέμε ότι η $f \circ g$ είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της ;
8. Αν f συνεχής συνάρτηση στο διάστημα Δ και $f(x) \neq 0$ για κάθε $x \in \Delta$, τότε τι συμπεραίνουμε για την f ;
9. Αν f συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα Δ , τότε τι ισχύει για το διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών ριζών της f ;
10. Πως βρίσκω το πρόσημο μιας συνεχούς συνάρτησης f ;
11. Αν f συνεχής και μη σταθερή συνάρτηση σε ένα διάστημα Δ , τότε το $f(\Delta)$ είναι
12. Αν f συνεχής και $f \uparrow (\alpha, \beta]$, τότε ποιο είναι το $f((\alpha, \beta])$;

13. Αν f συνεχής στο διάστημα (α, β) και

$$\lim_{x \rightarrow \beta^-} f(x) = +\infty$$

και

$$\lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x) = -\infty$$

,τότε $f((\alpha, \beta)) = \dots\dots\dots$

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ

ΣΥΝΟΛΟ
$\overline{56}$ ή $\overline{100}$

ΓΕΝΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΤΗΣΕΙΣ :

